

## Praktikum Augmented Reality

### **Abgabetermin:**

Die Lösung zu diesem Übungsblatt ist bis zum 04.05.2004 abzugeben.

### **Aufgabe 1 (P) ARToolkit**

Das *ARToolkit* ist eine Softwarebibliothek für markerbasiertes optisches Tracking. Es wird hauptsächlich von Dr. Hirokazu Kato an der Osaka University in Japan, entwickelt, und unterstützt durch das Human Interface Technology Laboratory (HIT Lab.) der University of Washington, sowie dem HIT Lab NZ an der University of Canterbury, Neuseeland.

- Suchen Sie im Internet die *ARToolkit* Homepage und laden Sie sich den Quelltext herunter.
- Machen Sie sich mit den mitgelieferten Beispielprogrammen vertraut, übersetzen Sie das `simpleTest` Beispiel und testen Sie das übersetzte Programm. Drucken Sie sich dazu den entsprechenden Marker aus.

### **Aufgabe 2 (P) GLUT – OpenGL Utility Toolkit**

*GLUT*, das *OpenGL Utility Toolkit*, ist eine plattformunabhängige Bibliothek zum Schreiben von *OpenGL* Programmen. *GLUT* bietet einige Funktionen die das Zeichnen von Objekten einfacher machen.

- Suchen Sie die *GLUT 3 Specification* im Internet und informieren Sie sich über die zur Verfügung gestellten Funktionen.
- Finden Sie die Funktion zum Zeichnen einer Teekanne, und ersetzen Sie den Würfel aus dem Beispielprogramm durch eine Teekanne.
- Finden Sie die Funktion zum Auswerten von Tastatureingaben. Ändern Sie ihr Programm so dass auf Tastendruck die Teekanne abwechselnd als Drahtgittermodell und als echte Teekanne gezeichnet wird.

### **Aufgabe 3 (H) Rotationsmatrizen**

Bewegungen von Objekten im mehrdimensionalen Raum können auf verschiedene Weisen dargestellt werden. Ein Beispiel ist die Darstellung durch Translationen und Rotationen. Rotationen können durch Matrizen beschrieben werden. Ein Punkt  $\vec{x}$  im *zweidimensionalen* Raum kann mit Hilfe einer Matrix um den Winkel  $\alpha$  (in mathematisch positiver Drehrichtung) rotiert werden:

$$R_{\alpha} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = R_{\alpha} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- a) Berechnen Sie den Punkt der entsteht durch Rotation des Punktes  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  um  $90^\circ$ .  
Zeigen Sie, daß  $R_\alpha \cdot R_\beta \cdot \vec{x} = R_\beta \cdot R_\alpha \cdot \vec{x}$  für beliebige  $\alpha, \beta$ . Warum?

Jede Rotation im Dreidimensionalen kann intuitiv dargestellt werden indem die Basisvektoren des  $\mathbf{R}^3$  auf drei neue Basisvektoren abgebildet werden. In diesem neuen Koordinatensystem wird dann das Objekt dargestellt. Diese lineare Abbildung entspricht genau einer  $3 \times 3$  Matrix deren Spalten die neuen Basisvektoren sind.

- b) Geben Sie die Rotationsmatrix an, die den Punkt  $x = (5, 0, 0)^T$  auf den Punkt  $(0, 5, 0)^T$  abbildet.
- c) Kann es eine Transformation geben bei der nur eine Koordinatenachse verändert wird?  
Falls ja, was für Transformationen sind das?

Eine Transformationsmatrix die eine *rigide* Transformation darstellt, also nur Translationen und Rotationen im Raum, kann nach *Eulers Theorem* zerlegt werden in eine Serie von Rotationen um drei linear unabhängige Achsen.

Hierbei ist  $\omega$  die Rotation um die  $x$ -Achse,

$$R(\omega, 0, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega \\ 0 & -\sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix}$$

$\varphi$  die Rotation um die  $y$ -Achse,

$$R(0, \varphi, 0) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

und  $\kappa$  die Rotation um die  $z$ -Achse.

$$R(0, 0, \kappa) = \begin{pmatrix} \cos \kappa & \sin \kappa & 0 \\ -\sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- d) Zeigen Sie, daß  $R(\omega, 0, 0) \cdot R(0, \varphi, 0) \cdot R(0, 0, \kappa) \cdot \vec{x} \neq R(0, 0, \kappa) \cdot R(0, \varphi, 0) \cdot R(\omega, 0, 0) \cdot \vec{x}$ .  
Warum?
- e) Wie lautet die Matrix die eine solche Rotation rückgängig macht?

Die *Translationsmatrix*  $T = (t_x, t_y, t_z)^T$  stellt eine Verschiebung vom Ursprung des Koordinatensystems dar. Die allgemeine Transformationsgleichung

$$p' = R \cdot p + T$$

ist nicht linear und kann daher nicht invertiert werden. Durch Hinzufügen einer weiteren Dimension

$$\begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \cdot p_x \\ \lambda \cdot p_y \\ \lambda \cdot p_z \\ \lambda \end{pmatrix}$$

kann diese Gleichung wieder in eine lineare Abbildung umgewandelt werden:

$$p' = \begin{pmatrix} p'_x \\ p'_y \\ p'_z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R(\omega, \varphi, \kappa) & t_x \\ 0 & t_y \\ 0 & t_z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{pmatrix}$$

f) Zeigen Sie, daß diese Gleichung genau der Berechnung von  $p' = R \cdot p + T$  entspricht.

#### **Aufgabe 4 (P) Transformationen in OpenGL**

In *OpenGL* werden Transformationen auf Objekte so angewandt daß zuerst das Koordinatensystem transformiert wird und dann das Objekt im neuen Koordinatensystem gezeichnet wird.

- a) Was bedeutet das für die Transformationen (Rotationen, Translationen)?
- b) Wenden Sie ihr neu erworbenes Wissen über Transformationen an, indem Sie in ihrem *AR-Toolkit* Programm einen Würfel im Ursprung zuerst so ungleichmässig skalieren daß er sieben mal so hoch wie lang und breit ist. Rotieren Sie ihn dann um  $45^\circ$  um die  $x$ -Achse und verschieben Sie ihn an einen Punkt im Raum.

c) Zeichnen Sie mit *OpenGL* den Würfel nach jedem Schritt, so daß die Abfolge der Transformationen sichtbar wird.

d) Experimentieren Sie mit der Reihenfolge der Transformationen und beobachten Sie die Effekte!

Verwenden Sie dazu beispielsweise die Tastaturfunktion aus Aufgabe 2c um zwischen verschiedenen Reihenfolgen umzuschalten.

e) Mit den Befehlen `glPushMatrix` und `glPopMatrix` kann der aktuelle Zustand des Koordinatensystems gespeichert und wiederhergestellt werden. Verwenden Sie diese Befehle um nach dem Zeichnen der Würfel wieder zum ursprünglichen Koordinatensystem zurückzukehren.